

В.Д. ДМИТРИЕНКО, д-р техн. наук, НТУ "ХПИ",
С.Ю. ЛЕОНОВ, канд. техн. наук, НТУ "ХПИ"

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ НА ОСНОВЕ МНОГОЗНАЧНЫХ АЛФАВИТОВ И K -ЗНАЧНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Показаны определенные противоречия между необходимостью более точного моделирования дискретных объектов и возможностью обеспечить это с помощью существующих и перспективных многозначных алфавитов. Выполнен сравнительный анализ моделирования цифровых устройств с помощью многозначных алфавитов и K -значных дифференциальных моделей и продемонстрировано преимущество этих моделей.

Ключевые слова: моделирование дискретных объектов, многозначные алфавиты, K -значные дифференциальные модели.

Постановка проблемы и анализ публикаций. В настоящее время известно большое число методов моделирования цифровых устройств и методов анализа их исправного и неисправного состояния. Модели цифровых устройств дифференцируют по ряду характеристик: учету времени (синхронное, асинхронное и дельта-троичное моделирование, моделирование с нарастающей неопределенностью [1 – 4]), наличию неисправностей, учету переходных процессов (статическое, динамическое), типу моделей, уровню описания моделей (системное, функционально-логическое, схмотехническое, компонентное), выполнению итераций, реализации алгоритма, значности аппарата моделирования (двоичное, троичное, четырехзначное, девятизначное, n -значное или K -значное моделирование) [4 – 7]. Разнообразие моделей и методов моделирования цифровых устройств связано с двумя противоположными тенденциями: развитием универсальных систем моделирования, ориентированных на суперкомпьютеры, и созданием специализированных средств для разработки и исследования все более узких классов устройств либо решением отдельных классов задач моделирования на сравнительно маломощных компьютерах с "дружественным" интерфейсом. В связи с этим развитие каждого из названных классов моделей является актуальным. Тем более, что разработка универсальных систем моделирования является чрезвычайно трудоемкой и морально быстро стареющей из-за высокой скорости развития схмотехнической базы проектируемых изделий, аппаратного и системного обеспечения моделирующих компьютеров.

Двоичное описание сигналов в цифровых устройствах очень часто применяется при их синтезе, анализе и моделировании. Булево представление цифровых сигналов предполагает, что сигналы принимают только одно из двух значений и изменяются мгновенно, что часто не соответствует работе реальных устройств и приводит к их неправильному функционированию.

Недостатки булевого описания сигналов привели к разработке двух основных подходов к моделированию цифровых устройств с помощью многозначного представления сигналов. Первый подход основывается на описании не только устойчивых состояний ("единица" и "нуль"), но и неопределенных состояний, "гладких" и "негладких" переходов из одного устойчивого состояния в другое и наличием статических и динамических рисков сбоя [4 – 8]. Второй подход использует K -значное кодирование сигналов, K -значную логику и K -значные дифференциальные уравнения для описания функционирования элементов и устройств цифровой вычислительной техники [8 – 10].

Целью статьи является сравнительный анализ моделирования цифровых устройств в многозначных алфавитах и с помощью K -значного дифференциального исчисления для диагностирования дискретных объектов.

Рассмотрим вначале возможности моделирования с помощью первого подхода – многозначных алфавитов. Наиболее простым является моделирование в трехзначном алфавите Эйхельбергера (A^3): "нуль" ("0"), "единица" ("1"), "неопределенность" (X), – который позволяет учитывать не только два устойчивых состояния, но и все множество неустойчивых состояний. Это существенно расширило возможности моделирования цифровых устройств. Однако у алфавита есть и заметные недостатки, в частности, с позиции теории множеств алфавит A^3 не замкнут относительно основных операций: пересечения, объединения и дополнения. Этого недостатка нет у предложенного Д. Ротом [4] четырехзначного алфавита $A^1 = \{0, 1, X = \{0, 1\}, U\}$, где U – обозначение высокоимпедансного состояния. Операции объединения, пересечения и отрицания для элементов множества A^1 приведены на рис. 1.

\cup	0	1	X	U
0	0	X	X	1
1	X	1	X	0
X	X	X	X	X
U	0	1	X	U

Операция
объединения

\cap	0	1	X	U
0	0	U	0	U
1	U	1	1	U
X	0	1	X	U
U	U	U	U	U

Операция
пересечения

a	$\neg a$
0	1
1	0
X	U
U	X

Операция
отрицания

Рис. 1

Поскольку элементы множества неустойчивых состояний качественно отличаются друг от друга – одни описывают "гладкие" переходы из одного устойчивого состояния в другое, другие – статические и динамические риски сбоев и т.д., то были введены алфавиты, позволяющие более детально описывать функционирование цифровых устройств. Одним из таких

алфавитов является 9-значный алфавит Фантози [6]: $A^\Phi = \{0, 1, X, E, F, H, L, P, V\}$, где E – "гладкий" переход из "0" в "1"; F – динамический риск сбоя при переходе из "0" в "1"; H – "гладкий" переход из "1" в "0"; L – динамический риск сбоя при переходе из "1" в "0"; P – статический риск сбоя в "0"; V – статический риск сбоя в "1". Однако алфавит Фантози и ему подобные [4, 8] для оценки работоспособности цифровых схем требуют, в отличие от булевого или алфавитов A^3, A^1 , не одного, а большего числа тактов времени, поскольку для определения статических рисков сбоя необходимо не менее трех тактов времени, а для дифференцирования динамических рисков сбоя – не менее четырех. В связи с этим возникает необходимость введения и использования переменных и алфавитов, определенных на двух и более моментах (тактах) времени функционирования дискретных устройств. В работе [4] введен A -алфавит двухтактного кубического исчисления, при этом определены двухтактные переменные для моментов времени $t - 1$ и t . Переход от однитактных символов $x_i(t) \in A^1(t)$ или $x_i(t-1) \in A^1(t-1)$ алфавита A^1 для моментов времени t и $t - 1$ осуществляется с помощью вспомогательного символа Z , который описывает переменную при наличии в схеме высокого выходного сопротивления (высокого импеданса) и эквивалентен пустому символу в одном такте времени. A -алфавит содержит 23 символа, часть их которых приведена в табл.

A -алфавит замкнут относительно операций пересечения, объединения, дополнения и дает возможность дифференцировать риски сбоев, гонки, состязания сигналов, что весьма существенно при разработке цифровых устройств. Однако и недостатки его очевидны – существенно возрастает трудоемкость моделирования, для определения статических и динамических рисков сбоя необходимо до шести тактов времени, хотя основой алфавита являются двухтактные переменные, т.е. алфавит внутренне противоречив. В связи с этим напрашивается создание новых алфавитов путем увеличения тактности символов алфавитов, однако это существенно увеличит множество символов алфавитов и еще больше усложнит их использование при моделировании цифровых объектов.

Таким образом, существует определенное противоречие между необходимостью более точного моделирования дискретных объектов и возможностью обеспечить такое моделирование с помощью существующих и перспективных многозначных алфавитов. Кроме этого, рассмотренные многозначные алфавиты не позволяют моделировать работу цифровых устройств с учетом помех, обусловленных переходными процессами переключения логических сигналов и паразитными емкостями, и взаимоиנדуктивностями между отдельными компонентами устройств и связывающими их проводниками. В таких случаях необходимо совместное решение уравнений алгебры логики, описывающих функционирование проектируемых изделий, и систем обыкновенных дифференциальных уравнений, позволяющих вычислять значения помех. Поскольку решение таких

систем дифференциальных уравнений весьма трудоемко, то оно практически не используется, хотя учет дифференциальных связей в дискретных устройствах на стадии проектирования очень актуален.

Таблица

Символы А-алфавита	Двухтактные формы символов	Комментарии
0	Z0	Логический нуль в момент времени t .
1	Z1	Логическая единица в момент времени t .
X	ZX	Неопределенность в момент времени t .
G	0Z	Логический нуль в момент времени $t-1$.
T	1Z	Логическая единица в момент времени $t-1$.
K	XZ	Неопределенность в момент времени $t-1$.
Q	00	Сохранение нуля.
E	01	"Гладкий" переход из нуля в единицу (передний фронт импульса).
H	10	"Гладкий" переход из единицы в нуль (задний фронт импульса).
J	11	Сохранения единицы.
O	X0	Переход из неопределенности в нуль (установка нуля).
I	X1	Переход из неопределенности в единицу (установка единицы).
A	0X	Переход из нуля в неопределенность.
B	1X	Переход из единицы в неопределенность.
P	{01, 10}	Статический риск сбоя в нуле.
F	{00, 10, 11}	Динамический риск сбоя при переходе из нуля в единицу.
Y	XX	Неопределенность в моменты времени $t-1$ и t .

Это обусловило разработку нового класса математических моделей – K -значных дифференциальных и интегральных уравнений [9, 10], которые могут дать более полные данные о работоспособности устройств на стадии их проектирования по сравнению с системами булевых уравнений и не требуют таких вычислительных затрат как системы непрерывных дифференциальных уравнений.

Функционирование цифровых устройств при этом описывается системами K -значных дифференциальных уравнений вида

$$\frac{dU_{\text{вых}j}(t_i)}{dt_i} = f_j(U_{\text{вх}p}(t_i)) \langle -K \rangle U_{\text{вых}j}(t_{i-1}), U_{\text{вых}j}(t_0) = \text{const}_j, \quad (1)$$

где $\frac{dU_{\text{вых}j}(t_i)}{dt_i}$ – K -значная производная выходного сигнала для j -го ($j = \overline{1, n}$) элемента устройства в момент времени t_i ; n – число элементов в моделируемом устройстве; $f_j(U_{\text{вх}p}(t_i))$ – K -значная функция j -го логического элемента в момент времени t_i ; $U_{\text{вх}p}(t_i)$, ($p = \overline{1, m}$) – значения K -значных входных сигналов на входах j -го элемента в момент времени t_i ; m – число входов j -го логического элемента; $U_{\text{вых}j}(t_{i-1})$ – значение K -значного выходного сигнала j -го логического элемента в момент времени t_{i-1} ; $i = 1, 2, 3 \dots$ – натуральное число, определяющее значение момента времени.

Многочисленные примеры [8 – 10] моделирования различных устройств с помощью K -значных дифференциальных моделей показывают, что этот способ описания сигналов и элементов дискретных объектов позволяет определить все их исправные и неисправные режимы функционирования, для определения которых разработаны различные многозначные алфавиты. В качестве примера рассмотрим функционирование устройства, приведенного на рис. 2.

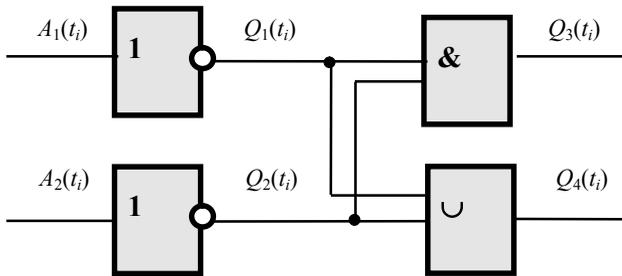


Рис. 2

Устройство состоит из двух инверторов, на входы которых приходят парафазные многозначные логические сигналы, а также двухвходовых схем 2И и 2ИЛИ. Зная математические модели основных базовых элементов цифровых устройств [9], нетрудно записать систему K -значных дифференциальных уравнений, описывающих функционирование этой схемы:

$$\frac{dQ_1(t_i)}{dt_i} = (1 \langle /_K \rangle T) (\overline{A_1(t_i)} \langle -_K \rangle Q_1(t_{i-1})), \quad Q_1(t_0) = 1,$$

$$\frac{dQ_2(t_i)}{dt_i} = (1 \langle /_K \rangle T) (\overline{A_2(t_i)} \langle -_K \rangle Q_2(t_{i-1})), \quad Q_2(t_0) = 1,$$

$$\frac{dQ_3(t_i)}{dt_i} = (1 \langle /_K \rangle T) ((Q_1(t_i) \& Q_2(t_i)) \langle -_K \rangle Q_3(t_{i-1})), \quad Q_3(t_0) = 1,$$

$$\frac{dQ_4(t_i)}{dt_i} = (1 \langle /_K \rangle T) ((Q_1(t_i) \cup Q_2(t_i)) \langle -_K \rangle Q_4(t_{i-1})), \quad Q_4(t_0) = 1,$$

где Q_j ($j = \overline{1, 4}$) – значения K -значных логических сигналов на выходах соответствующих логических элементов; $\langle /_K \rangle$ – K -значная операция деления; $A_1(t_i)$ и $A_2(t_i)$ – K -значные входные сигналы, поступающие соответственно на входы первого и второго инверторов; T – постоянная времени; $\langle -_K \rangle$ – K -значная арифметическая операция вычитания; $\&$ и \cup – K -значные логические операции И и ИЛИ соответственно.

Приведенная схема при двоичном моделировании на выходе $Q_3(t_i)$ реализует зависимость вида $Q_3(t_i) = \overline{A_1(t_i)} \& \overline{A_2(t_i)}$, т.е. на этом ее выходе все время, за исключением интервала ($11 \leq t_i \leq 12$) (рис. 3), должен быть сигнал низкого уровня (логический “нуль”), а в указанном интервале – сигнал логической единицы.

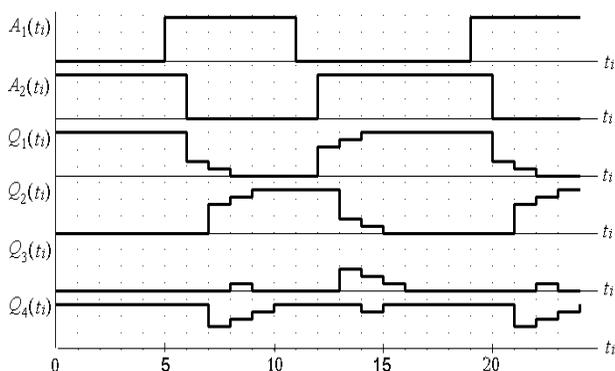


Рис. 3

Более точное моделирование на основе K -значных ($K = 7$) дифференциальных уравнений дает возможность увидеть влияние реальной длительности фронтов сигналов $A_1(t_i)$ и $A_2(t_i)$ на изменение выходного сигнала $Q_3(t_i)$. Сигнал не будет достигать высокого уровня в указанный интервал времени, хотя и имеется более длительный всплеск (интервал ($13 \leq t_i \leq 16$))

выходного напряжения во время переключения сигналов $A_1(t_i)$ и $A_2(t_i)$ на входах устройства в интервале ($11 \leq t_i \leq 12$).

Аналогичный анализ значений сигнала $Q_4(t_i)$, определяемого зависимостью вида $Q_4(t_i) = A_1(t_i) \cup A_2(t_i)$, показывает, что булево моделирование на этом выходе все время дает сигнал высокого уровня (логическую "единицу") за исключением интервалов времени ($5 \leq t_i \leq 6$) и ($19 \leq t_i \leq 20$), где выходной сигнал принимает значение логического нуля. Использование K -значной дифференциальной модели показывает, что сигнал на выходе $Q_4(t_i)$ не будет достигать нулевого значения, но провалы сигнала будут более длительными.

Если переходные процессы рис. 3 описывать с помощью многозначного A -алфавита или алфавита Фантози, то из этих алфавитов, кроме логического нуля и единицы, должны использоваться "гладкие" переходы из нуля в единицу и из единицы в нуль, а также статические риски сбоя в нуле и единице. Анализ других примеров моделирования устройств с помощью K -значных дифференциальных моделей [8 – 10] показывает, что любые процессы в цифровых схемах, описываемые многозначными алфавитами, естественным образом моделируются с помощью K -значных дифференциальных моделей. При этом дифференциальные модели дают возможность более точно исследовать процессы. Например, многозначные алфавиты при описании сигнала $Q_3(t_i)$ отметят только наличие трех интервалов времени, связанных со статическим риском сбоя в нуле, в то время как процессы, полученные с помощью K -значных дифференциальных моделей покажут, что для корректной работы последующих элементов схемы может быть опасен только всплеск сигнала, достигающий 50% амплитуды единичного сигнала.

Как уже отмечалось выше, многозначные алфавиты не позволяют естественным образом моделировать помехи, вызванные дифференциальными связями между компонентами дискретных устройств. В отличие от многозначных алфавитов K -значное дифференциальное исчисление позволяет это сделать без особых проблем. В общем случае система K -значных дифференциальных уравнений для этого случая выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dU_m^k}{dt_i} &= \frac{U_m^k}{C} \sum_h \sum_j \sum_k \sum_n \frac{C_{hj}}{\tau^k} \frac{dU_n^k}{dt_i} \pm \\ &\pm \frac{1}{C} \sum_h \sum_j \sum_k \sum_n \frac{M_{hj}}{R_{in} \tau^k} \frac{dI_n^k}{dt_i} \pm \frac{1}{C} \sum_h \sum_j \sum_k \sum_n M_{hj} \frac{d^2 I_n^k}{dt_i^2}, \end{aligned}$$

где U_m^k – K -значное напряжение помехи, наводимой перепадами напряжения в m -м проводнике и обусловленное переключением логического сигнала в n -м проводнике из логического нуля в логическую единицу (то есть из 0 в

значение $K - 1$) или наоборот, $m = \overline{1, p}$; p – число пассивных проводников, в которых анализируется помеха; k – индекс, учитывающий тип переходного процесса, $k = 1$, если напряжение изменяется из нуля в $K - 1$, $k = 2$, если напряжение изменяется из $K - 1$ в нуль; C – суммарная емкость выходов логических элементов в активной линии; C_{hj} и M_{hj} – соответственно емкость взаимной связи и взаимоиндуктивность отдельных участков проводников, влияние которых анализируется; U_n^k – K -значное напряжение в n -м активном проводнике, перепад которого является источником помехи в m -м проводнике, $n = \overline{1, q}$; q – количество учитываемых активных проводников; $\tau^k = \tau^k(t_i)$ – постоянная времени переходного процесса в момент времени t_i , $i = 0, 1, 2, \dots$; $R_{in} = R_{in}(t_i)$ – выходное сопротивление логического элемента в активной линии в момент времени t_i ; h – индекс для учета всех участков в n -м проводнике, оказывающих влияние на участки m -го проводника; j – индекс для учета всех участков m -го пассивного проводника, являющегося приемником наводок; I_n^k – K -значная величина тока при перепаде в n -м активном проводнике, который является источником наведенной помехи.

Поскольку и функционирование элементов, и паразитные связи между ними описываются системами обыкновенных K -значных дифференциальных уравнений, то совместное решение этих систем уравнений не вызывает особых затруднений, то есть K -значные дифференциальные модели позволяют моделировать работу дискретных устройств с учетом помех, обусловленных переходными процессами переключения логических сигналов и паразитными связями между компонентами устройств.

Выводы. Анализ применяемых при моделировании цифровых устройств многозначных алфавитов показывает определенные противоречия между необходимостью более точного моделирования дискретных объектов и возможностями обеспечить это с помощью существующих и перспективных многозначных алфавитов. Выполнен сравнительный анализ моделирования цифровых устройств с помощью многозначных алфавитов и K -значных дифференциальных моделей и продемонстрировано преимущество этих моделей, поскольку они позволяют получать более полные количественные и качественные характеристики переходных процессов в схемах, чем моделирование на основе многозначных алфавитов. Кроме того, K -значные дифференциальные модели позволяют моделировать процессы, например, переходные процессы, обусловленные переключением логических элементов и паразитными связями между компонентами устройств, которые не удастся описать с помощью многозначных алфавитов. Все это подтверждает перспективу использования K -значного дифференциального исчисления при проектировании сложных дискретных устройств.

Список литературы: 1. Беннеттс Р.Д. Проектирование тестопригодных логических схем / Пер. с англ. Дербуновича Л.В. – М.: Радио и связь, 1990. – 176 с. 2. Ярмолик В.Н. Контроль и диагностика

цифровых узлов ЭВМ. – Минск: Наука и техника, 1989. – 234 с. **3. Шарцунов С.Г.** Троичное моделирование дискретных устройств с макроблоками. – Владивосток: Институт автоматизации и процессов управления ДВНЦ АН СССР, 1979. – 55 с. **4. Хаханов В.И.** Модели цифровых и микропроцессорных структур и методы их анализа в системе диагностического обслуживания: Дис. доктора техн. наук: 05.13.02 и 05.13.08. – Харьков: ХТУРЭ, 1996. – 350 с. **5. Jutman A.** At-Speed On-Chip Diagnosis of Board-Level Interconnect Faults // Proc. of 9th European Test Symposium (ETS'04). – France. – 2004. – P. 2 – 7. **6. Chouki Aktouf.** A Complete Strategy for Testing an On-Chip Multiprocessor Architecture // IEEE Design & Test of Computers. – 2002. – P. 18 – 28. **7. Хаханов В.И.** Техническая диагностика элементов и узлов персональных компьютеров. – К.: ИЗМН, 1997. – 308 с. **8. Дмитриенко В.Д., Леонов С.Ю., Гладких Т.В.** Верификация рисков сбоя в цифровых устройствах на основе K -значного моделирования // Вестник НТУ "ХПИ". – Х.: НТУ "ХПИ". – 2007. – № 39. – С. 55 – 62. **9. Дмитриенко В.Д., Леонов С.Ю.** K -значное дифференциальное исчисление и моделирование цифровых устройств. – Х.: Транспорт Украины, 1999. – 223 с. **10. Korsunov N.I., Dmitrienko V.D., Leonov S.Yu., Gladkih T.V.** Use of the Technique of Derivatives of K -Valued Functions for Simulation of Computing Units // Engineering Simulation. – 1998. – Vol. 15. – P. 127 – 135.

УДК 681.32: 519.713

Моделювання цифрових пристроїв на основі багатозначних алфавитів і K -значного диференційного числення / Дмитрієнко В.Д., Леонов С.Ю. // Вісник НТУ "ХПІ". Тематичний випуск: Інформатика і моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ", 2008. – № 24. – С. 42 – 50.

Показані певні протиріччя між необхідністю більш точного моделювання дискретних об'єктів і можливістю забезпечити це за допомогою існуючих і перспективних багатозначних алфавитів. Виконано порівняльний аналіз моделювання цифрових пристроїв за допомогою багатозначних алфавитів і K -значних диференційних моделей та продемонстровано переваги цих моделей. Лл.: 3. Табл.: 1. Бібліогр.: 10 назв.

Ключові слова: моделювання дискретних об'єктів, багатозначні алфавити, K -значні диференційні моделі.

UDC 681.32: 519.713

Modelling of digital devices on the basis of multiple-valued alphabets and K -Value differential calculus / Dmitrienko V.D., Leonov S.Yu. // Herald of the National State University "KhPI". Subject issue: Information science and modelling. – Kharkov: NSU "KhPI", 2008. – № 24 – P. 42. – 50.

The certain contradictions between necessity of more exact modelling of discrete objects and an opportunity to provide it by means of existing and perspective multiple-valued alphabets are shown. The comparative analysis of modelling of digital devices by means of multiple-valued alphabets and K -Value differential models is executed and advantage of these models is shown. Figs: 3. Tabl.: 1. Refs: 10 titles.

Key words: modelling of discrete objects, multiple-valued alphabets, K -Value differential models.

Поступила в редакцію 25.04.2008